

# Distorsioni nella stereoscopia tradizionale

ing. Mario **Muratori**  
Rai  
Centro Ricerche e  
Innovazione Tecnologica  
Torino

## 1. Introduzione

La filiera di produzione stereoscopica, anche se limitata all'essenziale, cioè al sistema di ripresa e al sistema di visualizzazione, non è in grado di visualizzare la scena ripresa senza distorsioni, a meno di non adottare configurazioni particolari.

Alcune distorsioni dipendono dalla configurazione geometrica della ripresa, altre dalle caratteristiche delle ottiche, altre ancora dipendono dal metodo di visualizzazione.

In [1] si analizzano geometricamente le configurazioni di ripresa e si introducono le relazioni che legano le coordinate dei punti della scena reale con quelle dei punti percepiti nello spazio visualizzato, che sono utilizzate in questo lavoro per dare giustificazione matematica ad alcune distorsioni.

### Sommario

*La filiera di produzione stereoscopica non è in grado di visualizzare la scena ripresa senza distorsioni, a meno di non adottare particolari configurazioni del sistema. Alcune distorsioni dipendono dalla configurazione geometrica della ripresa, altre dalle caratteristiche delle ottiche, altre ancora dipendono dal metodo di visualizzazione. In questo lavoro si presenta una panoramica delle principali distorsioni da cui è affetta la tecnica stereoscopica tradizionale<sup>Nota 1</sup>, che vengono analizzate al fine di individuare eventuali misure correttive.*

Nota 1 - Per stereoscopia tradizionale si intende l'insieme di tecniche basate su due sensori che generano una coppia di segnali (coppia stereoscopica) e le relative tecniche di visualizzazione.

# Distorsioni nella stereoscopia tradizionale

Si analizzano inoltre anche altri fenomeni, con l'obiettivo di presentare una panoramica delle principali distorsioni cui è affetta la tecnica stereoscopica tradizionale, analizzarle ed individuare eventuali misure correttive.

## 2. Relazione tra lo spazio percepito e lo spazio della scena

Per analizzare le distorsioni tipiche della stereoscopia, è necessario mettere in relazione lo spazio tridimensionale della scena ripresa, in cui sono definite le coordinate  $X_p, Y_p, Z_p$ , con lo spazio tridimensionale percepito dall'osservatore in fase di visualizzazione, nel quale sono definite le coordinate  $X_o, Y_o, Z_o$ .

Questo si ottiene combinando le relazioni che descrivono i rapporti tra lo spazio della scena e la sua proiezione sui sensori, le relazioni esistenti tra le coordinate dello schermo e le coordinate sui sensori, e le relazioni che legano le proiezioni dei punti sullo schermo con la posizione percepita dall'osservatore nello spazio virtuale generato dalla visione stereoscopica.

Si ottengono le seguenti relazioni, valide per la configurazione ad assi ottici convergenti:

$$1a) \quad X_o = \frac{Mf}{2} \frac{\operatorname{tg} \left[ \operatorname{arctg} \left( \frac{2X_p + b}{2Z_p} \right) - \beta \right] + \operatorname{tg} \left[ \operatorname{arctg} \left( \frac{2X_p - b}{2Z_p} \right) + \beta \right]}{1 + \frac{Mf}{e} \left\{ \operatorname{tg} \left[ \operatorname{arctg} \left( \frac{2X_p + b}{2Z_p} \right) - \beta \right] - \operatorname{tg} \left[ \operatorname{arctg} \left( \frac{2X_p - b}{2Z_p} \right) + \beta \right] \right\}}$$

$$1b) \quad Y_o = 2MfY_p \frac{2Z_p \cos \beta + b \sin \beta}{\left[ 2Z_p \cos \beta + (2X_p + b) \sin \beta \right] \left[ 2Z_p \cos \beta - (2X_p - b) \sin \beta \right]}{1 + \frac{Mf}{e} \left\{ \operatorname{tg} \left[ \operatorname{arctg} \left( \frac{2X_p + b}{2Z_p} \right) - \beta \right] - \operatorname{tg} \left[ \operatorname{arctg} \left( \frac{2X_p - b}{2Z_p} \right) + \beta \right] \right\}}$$

$$1c) \quad Z_o = \frac{Z_{oS}}{1 + \frac{Mf}{e} \left\{ \operatorname{tg} \left[ \operatorname{arctg} \left( \frac{2X_p + b}{2Z_p} \right) - \beta \right] - \operatorname{tg} \left[ \operatorname{arctg} \left( \frac{2X_p - b}{2Z_p} \right) + \beta \right] \right\}}$$

Ponendo  $\beta = 0$  nelle relazioni precedenti si ricavano le relazioni valide per la configurazione ad assi ottici paralleli, che si esplicitano perché ampiamente utilizzate nel seguito:

$$2a) \quad X_o = \frac{MfX_p}{Z_p + \frac{Mfb}{e}}$$

$$2b) \quad Y_o = \frac{MfY_p}{Z_p + \frac{Mfb}{e}}$$

$$2c) \quad Z_o = \frac{Z_{oS}Z_p}{Z_p + \frac{Mfb}{e}}$$

Si noti la similitudine formale tra le relazioni 2a) e 2b). Interessante è anche l'uguaglianza del polinomio al denominatore nelle tre le relazioni, poiché esso è un elemento caratterizzante l'andamento delle funzioni rispetto alla coordinata  $Z_p$ .

### 3. Dominio di validità delle relazioni

Si considerino le relazioni che legano le coordinate dei punti immagine proiettate sullo schermo,  $x_{Sd,s}$  e  $y_{Sd,s}$ , con quelle dei punti costituenti la scena percepita,  $X_o, Y_o, Z_o$ :

$$3a) \quad X_o = -\frac{(x_{Sd} + x_{Ss})}{2} \frac{e}{e - \delta_{So}} = -x_{Smed} * R$$

$$3b) \quad Y_o = \frac{(y_{Sd} + y_{Ss})}{2} \frac{e}{e - \delta_{So}} = y_{Smed} * R$$

$$3c) \quad Z_o = Z_{oS} \frac{e}{e - \delta_{So}} = Z_{oS} * R$$

Dove si è introdotto il rapporto R:

$$4) \quad R = \frac{e}{e - \delta_{So}}$$

Come funzione della disparità,  $R$  è rappresentato da un ramo di iperbole traslata lungo le ascisse del valore  $e$ , come illustrato in figura 1.

Il rapporto  $R$  deve essere positivo per non cambiare il segno alle coordinate percepite; tenendo conto che la distanza interoculare è sempre positiva, le considerazioni precedenti implicano le condizioni seguenti:

$$5a) \quad \delta_{So} \leq e \quad \text{ovvero: } 5b) \quad \delta_o \leq e/M$$

che hanno un significato fisico evidente: il valore della disparità orizzontale dei punti proiettati sullo schermo non può superare quello della distanza interoculare, altrimenti si richiederebbe la divergenza degli assi ottici oculari in fase di visione. La condizione di uguaglianza corrisponde alla situazione limite per cui il punto visualizzato viene percepito a distanza infinita, e che è rappresentata dal polo in  $\delta_{So} = e$ .

In alcuni casi piuttosto interessanti discussi nel seguito, si traslano le immagini proiettate sullo schermo della distanza interoculare. In formule si tratta di utilizzare delle ascisse (definite sullo schermo), indicate con  $x'_{Sd,s}$  modificate come segue:

$$6a) \quad x'_{Sd} = x_{Sd} + e/2 \quad 6b) \quad x'_{Ss} = x_{Ss} - e/2$$

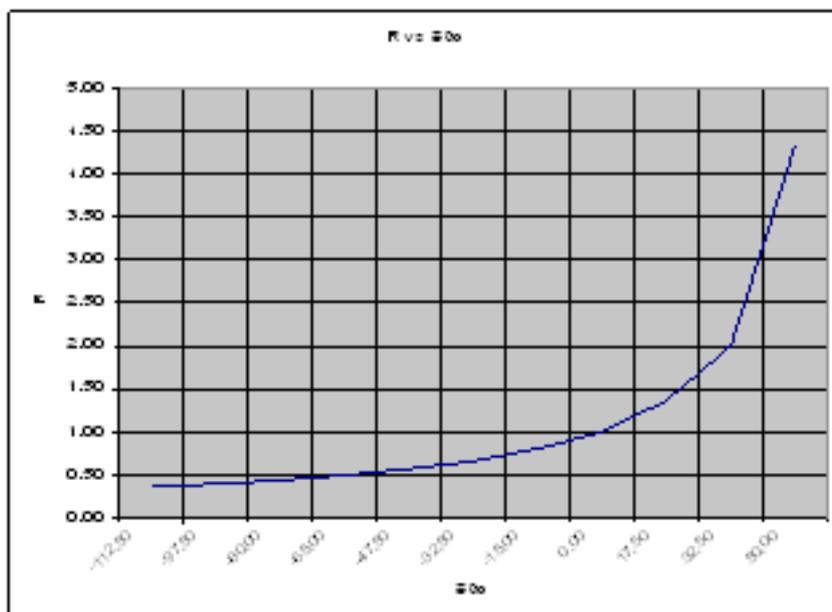


Fig. 1 – Andamento di  $R(\delta_{So})$  con  $e = 65$  mm

# Distorsioni nella stereoscopia tradizionale

Le relazioni 3a), 3b), 3c) si modificano di conseguenza come segue:

$$7a) \quad X_o = -\frac{(x_{sd} + x_{ss})}{2} \frac{e}{e - \delta_{so}} = -x_{smed} * R'$$

$$7b) \quad Y_o = \frac{(y_{sd} + y_{ss})}{2} \frac{e}{e - \delta_{so}} = y_{smed} * R'$$

$$7c) \quad Z_o = Z_{oS} \frac{e}{e - \delta_{so}} = Z_{oS} * R'$$

Con  $R'$  dato dalla relazione seguente:

$$8) \quad R' = -\frac{e}{\delta_{so}}$$

In funzione della disparità  $\delta_{so}$ ,  $R'$  è rappresentato da un ramo di iperbole definito nel dominio  $\delta_{so} < 0$ , e che presenta un polo in  $\delta_{so} = 0$ .

Anche queste posizioni hanno un significato fisico chiaro: a causa della traslazione imposta alle immagini proiettate, il valore nullo della disparità orizzontale corrisponde alla percezione "all'infinito" del punto considerato. Valori positivi della disparità implicano la divergenza degli assi ottici oculari.

Quando si superano i limiti suindicati, alcuni punti della scena reale, in linea di massima ubicati ai margini laterali della scena ripresa, sono visualizzati in maniera non corretta e generano diplopia.

In pratica, tuttavia, ciò potrebbe non essere un problema rilevante, in quanto l'ampiezza di

campo degli obiettivi tende a escludere la parte di scena che potenzialmente potrebbe non essere correttamente visualizzata, ed inoltre nell'apparato di visione dell'osservatore si attiva la funzionalità di cancellazione dei segnali ottici che danno diplopia.

## 4. Analisi delle distorsioni generate in fase di ripresa

### 4.1 Non linearità nella riproduzione delle posizioni nello spazio

Le relazioni riportate in precedenza mostrano che il valore delle coordinate  $X_o$ ,  $Y_o$ ,  $Z_o$  non è direttamente proporzionale a quello della coordinata  $Z_p$ , come invece ci si aspetterebbe se valessero le leggi della prospettiva. Infatti le loro derivate rispetto a  $Z_p$  risultano proporzionali al rapporto:

$$9) \quad R_d = \frac{1}{\left(Z_p + \frac{Mfb}{e}\right)^2}$$

che non ha un valore costante in funzione di  $Z_p$ .

Nel caso di assi ottici convergenti la derivazione matematica è più complessa, ma porta alla stessa conclusione generale sulla mancanza di proporzionalità diretta.

Non devono stupire quindi gli andamenti illustrati nelle figure 2. Questi inoltre evidenziano che nella configurazione ad assi convergenti non è remota la possibilità di ottenere divergenza degli assi ottici oculari in fase di visualizzazione, testimoniata dalla presenza del polo e delle associate irregolarità dei grafici.

# Distorsioni nella stereoscopia tradizionale

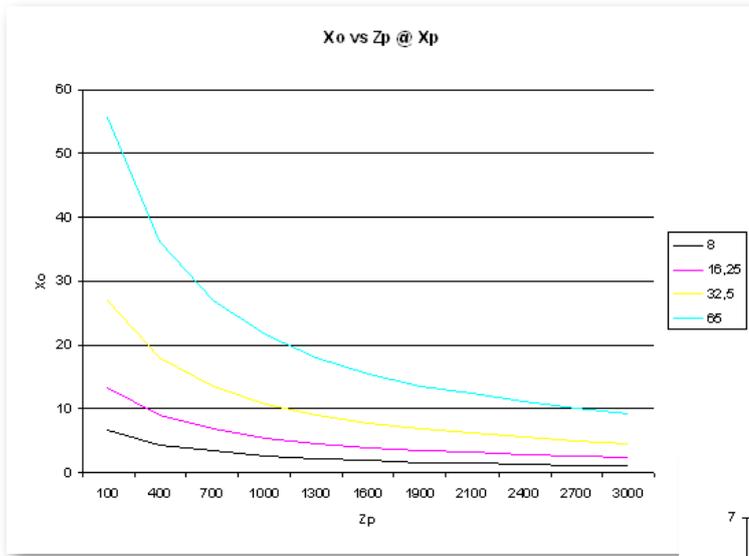
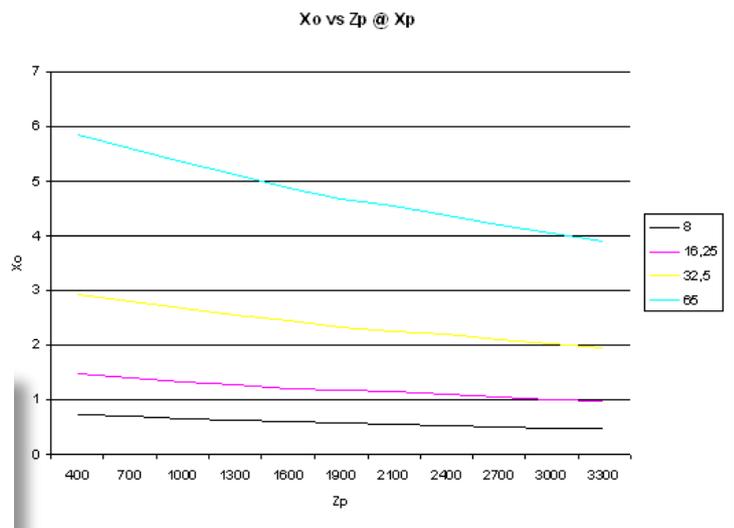
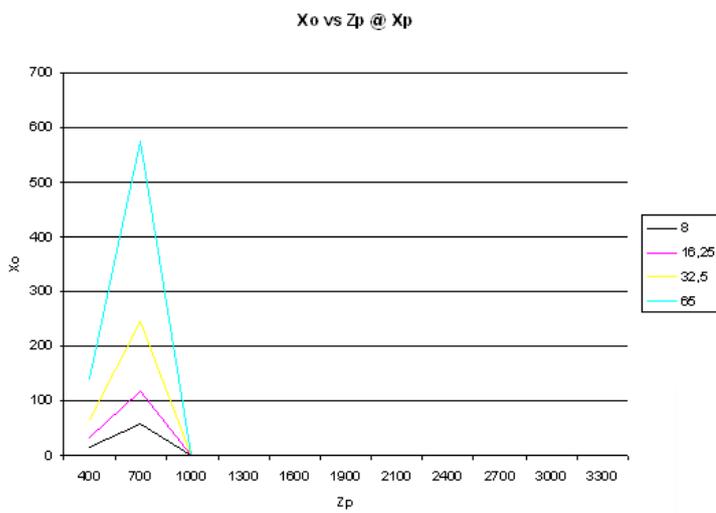


Fig. 2a - Andamento di  $X_0$  in funzione di  $Z_p$ , per alcuni valori di  $X_p$

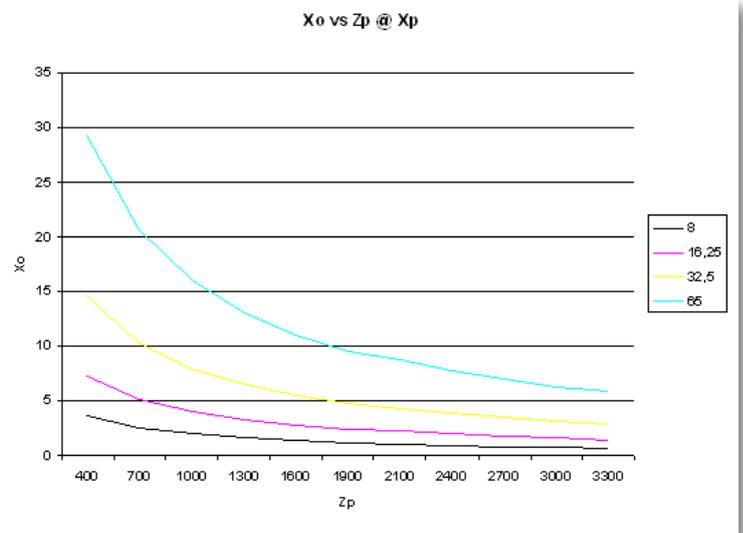
a)  $b = 65 \text{ mm}$ ,  $f = 6.5 \text{ mm}$ ,  $\beta = 2^\circ$ ,  $M = 50$



b)  $b = 650 \text{ mm}$ ,  $f = 6.5 \text{ mm}$ ,  $\beta = 2^\circ$ ,  $M = 50$



c)  $b = 65 \text{ mm}$ ,  $f = 6.5 \text{ mm}$ ,  $\beta = 8^\circ$ ,  $M = 50$



d)  $b = 65 \text{ mm}$ ,  $f = 6.5 \text{ mm}$ ,  $\beta = 0^\circ$ ,  $M = 50$

# Distorsioni nella stereoscopia tradizionale

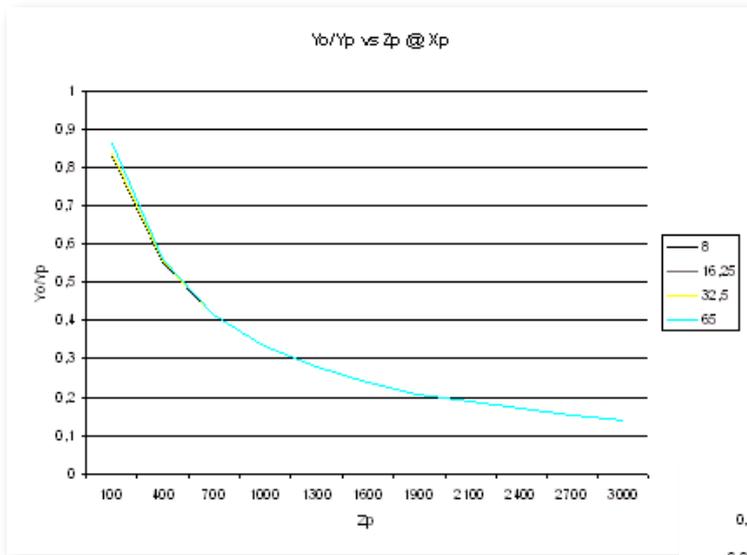
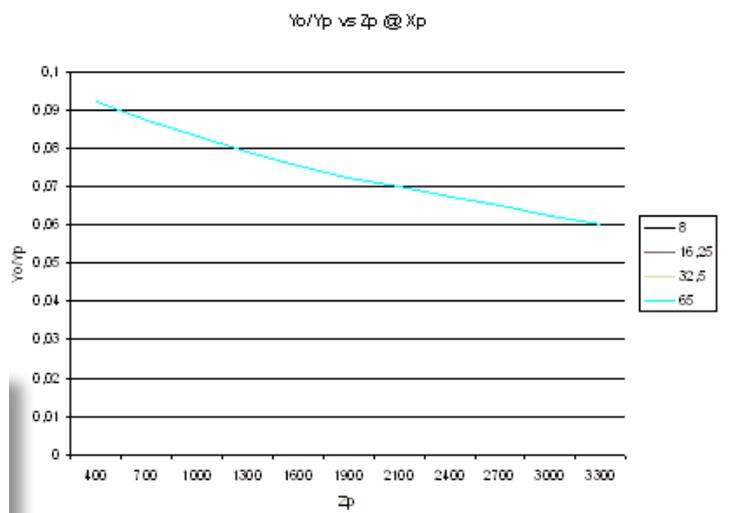
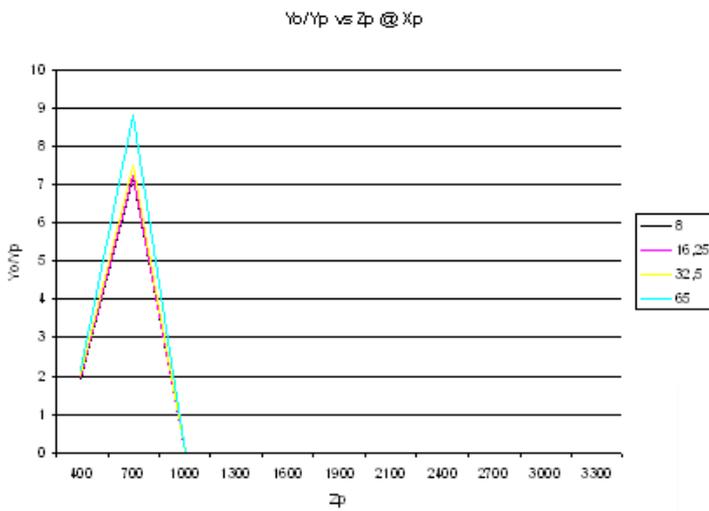


Fig. 2b - Andamento di  $Y_0$  in funzione di  $Z_p$ , per alcuni valori di  $X_p$ , con  $Y_p=100$ .

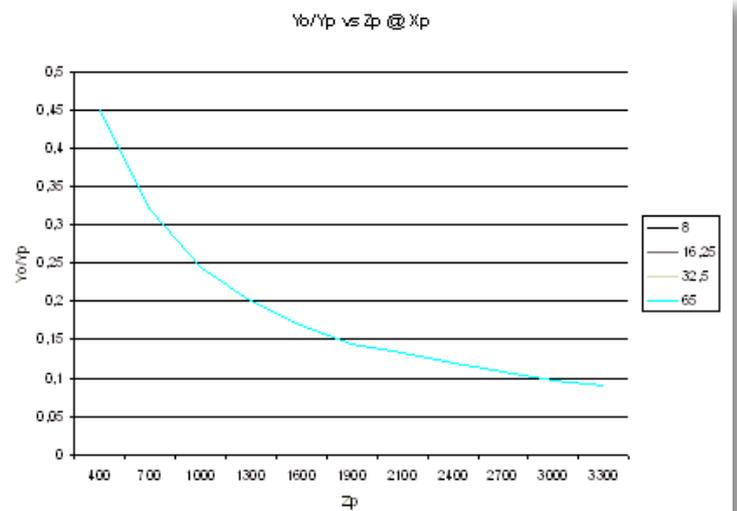
a)  $b = 65 \text{ mm}$ ,  $f = 6.5 \text{ mm}$ ,  $\beta = 2^\circ$ ,  $M = 50$



b)  $b = 650 \text{ mm}$ ,  $f = 6.5 \text{ mm}$ ,  $\beta = 2^\circ$ ,  $M = 50$



c)  $b = 65 \text{ mm}$ ,  $f = 6.5 \text{ mm}$ ,  $\beta = 8^\circ$ ,  $M = 50$



d)  $b = 65 \text{ mm}$ ,  $f = 6.5 \text{ mm}$ ,  $\beta = 0^\circ$ ,  $M = 50$

## 4.2 Non linearità nella riproduzione della profondità

Le figure 3a e 3b illustrano l'andamento della coordinata  $Z_o$  del punto percepito in funzione della coordinata  $Z_p$  del corrispondente punto della scena reale.

Per la precisione, nei grafici si riporta l'andamento del rapporto tra distanza percepita  $Z_o$  e distanza dello schermo  $Z_{oS}$ , in funzione della coordinata  $Z_p$ ; inoltre, si è posto per semplicità, ma senza perdere in significato,  $X_p = Y_p = 0$ .

La relazione tra le due grandezze è non lineare, come emerge anche dall'analisi della derivata rispetto a  $Z_p$  della relazione 2c).

In particolare, per ridotte lunghezze focali, la distanza relativa tra oggetti vicini viene percepita dilatata rispetto a quella reale; il contrario si verifica per gli oggetti lontani, la cui distanza relativa viene percepita compressa rispetto alla realtà.

A causa di questa distorsione, la valutazione della distanza e di altre grandezze derivate, quali la velocità, tramite sistema di ripresa stereoscopico può risultare erronea <sup>Nota 2</sup>.

Nel caso della configurazione ad assi ottici paralleli si ottiene che per  $Z_p$  tendente all'infinito,  $Z_o$  tende alla distanza tra osservatore e schermo, come prevedibile, benché percettivamente errato.

Invece, analizzando il grafico di figura 3b, relativo alla configurazione ad assi ottici convergenti, emerge che esiste un valore di  $Z_p$  per cui la distanza percepita diventa uguale

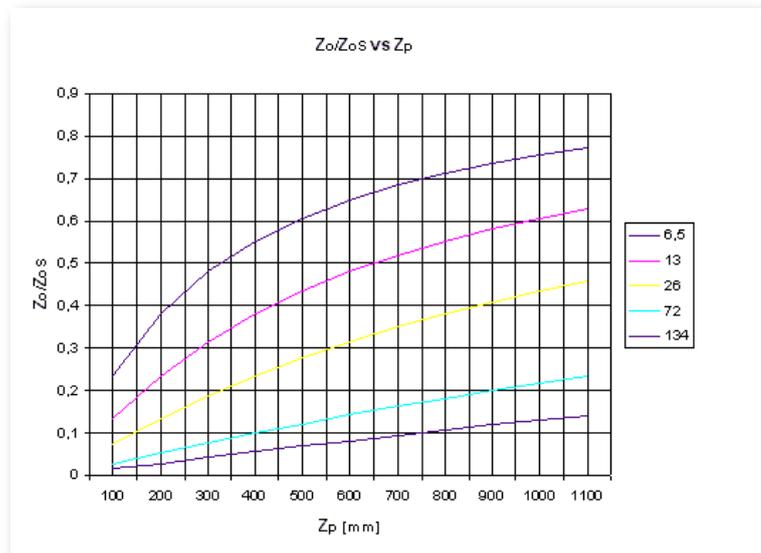


Fig. 3a - Relazione tra la distanza percepita in funzione di quella reale - configurazione ad assi paralleli. Parametro lunghezza focale  $f$ ;  $e = 65$  mm,  $b = 65$  mm,  $M = 50$

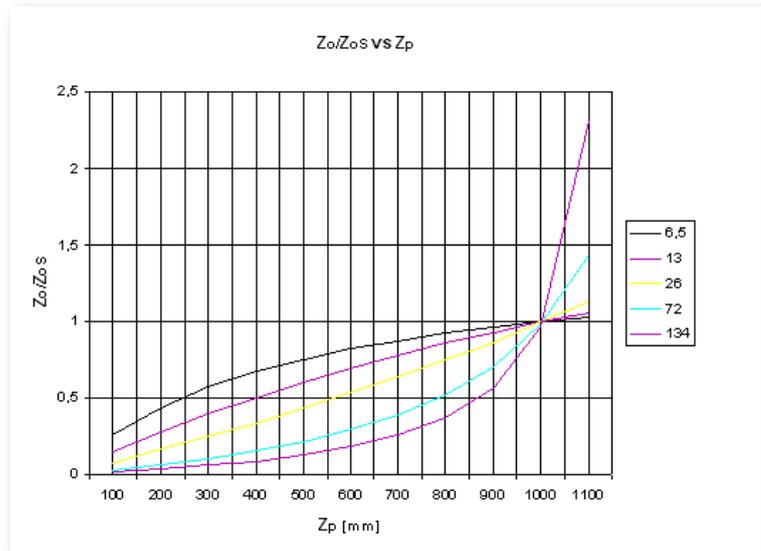


Fig. 3b - Relazione tra la distanza percepita in funzione di quella reale - configurazione ad assi convergenti. Parametro lunghezza focale  $f$ ;  $e = 65$  mm,  $b = 65$  mm,  $M = 50$ ,  $\beta = 1.85^\circ$ .

**Nota 2** - Questo effetto genera difficoltà nel controllo remoto di mezzi semoventi qualora si utilizzi un sistema stereoscopico per la ripresa e la visualizzazione dell'ambiente dove opera il mezzo.

# Distorsioni nella stereoscopia tradizionale

alla distanza dello schermo dall'osservatore ( $Z_o/Z_{os} = 1$ ); in questo caso, il punto  $(0, 0, Z_p)$  coincide col punto di convergenza degli assi ottici delle camere<sup>Nota 3</sup>.

Non rappresentato in figura, esiste un altro valore di  $Z_p$  caratteristico - nella configurazione ad assi convergenti - che corrisponde al punto le cui immagini sono proiettate sullo schermo con disparità pari alla distanza interoculare. In questo caso la distanza percepita  $Z_o$  tende ad infinito sebbene i corrispondenti punti della scena reale abbiano in genere valore di  $Z_p$  finito, confermando ulteriormente la non linearità della relazione tra le due grandezze. I punti con valori di  $Z_p$  ancora maggiore sono proiettati sullo schermo con una disparità tale da richiedere, per essere osservati contemporaneamente, la divergenza degli assi ottici oculari, impossibile ad ottenersi per definizione. In questo caso si verifica diplopia, cui normalmente consegue la cancellazione automatica ed inconscia di una delle due componenti stereoscopiche<sup>Nota 4</sup>.

La percezione non lineare della distanza fa sì che la valutazione della stessa basata sul confronto delle dimensioni possa essere in disaccordo con quella basata sulla disparità orizzontale, generando un senso di confusione<sup>Nota 5</sup>. Per lo stesso motivo si può incorrere in un'erronea valutazione delle dimensioni dell'oggetto visualizzato, oltre che della sua distanza. Inoltre, a questo effetto si attribuisce anche la causa della distorsione chiamata *puppet-theatre effect* discussa nel seguito.

## 4.3. Non linearità nella riproduzione delle dimensioni trasversali e riproduzione in scala

Le dimensioni trasversali sono valutabili calcolando la differenza tra le coordinate dei punti posti alle estremità degli oggetti considerati: la larghezza è data dalla differenza tra ascisse, l'altezza dalla differenza tra ordinate, la profondità dalla differenza tra coordinate  $Z$ .

In particolare, nella configurazione ad assi paralleli, si ottiene:

$$10a) \quad \frac{\Delta X_o}{\Delta X_p} = \frac{Mf}{Z_p + \frac{Mfb}{e}}$$

$$10b) \quad \frac{\Delta Y_o}{\Delta Y_p} = \frac{Mf}{Z_p + \frac{Mfb}{e}}$$

$$10c) \quad \frac{\Delta Z_o}{\Delta Z_p} \cong \frac{Mfb}{e} \frac{Z_{os}}{\left(Z_p + \frac{Mfb}{e}\right)^2},$$

con  $\Delta Z_p \ll Z_p$

Come si nota, la non linearità discussa nel paragrafo precedente si ripercuote anche nelle differenze tra coordinate, sicché si può affermare che anche la riproduzione delle dimensioni non

**Nota 3** - Si ricorda che, nella derivazione dei grafici, si è posto  $X_p = Y_p = 0$  per semplicità di trattazione.

**Nota 4** - Peraltro questa è una situazione normale nel processo di visione umana, in cui gli assi ottici oculari convergono verso il punto di attenzione.

**Nota 5** - Si ricorda che il confronto tra le dimensioni di oggetti noti è una delle tecniche per la valutazione della distanza messe in atto dal processo della visione umana, così come l'analisi delle disparità orizzontali e altri meccanismi che operano contemporaneamente. Tuttavia se le valutazioni ottenute non sono congruenti si genera un senso di sconcerto e confusione. Alcuni artisti e ricercatori utilizzano tali incongruità per ottenere gli effetti artistici desiderati o le sensazioni fisiologiche volute (illusioni ottiche).

sia lineare, ma segua un andamento dello stesso tipo di quello illustrato per i valori delle singole coordinate, generando delle distorsioni di forma negli oggetti visualizzati.

Nel caso di configurazione ad assi ottici paralleli, applicando le posizioni rappresentate dalle relazioni 6a) e 6b) sopra riportate, nonché la seguente:

$$11) \quad Mf = Z_{os}$$

le relazioni che legano le coordinate della scena reale con quelle della scena percepita diventano le seguenti:

$$12a) \quad X_o = eX_p/b$$

$$12b) \quad Y_o = eY_p/b$$

$$12c) \quad Z_o = eZ_p/b$$

le quali indicano come, in questo caso, lo spazio percepito dall'osservatore in fase di visualizzazione, coordinate  $(X_o, Y_o, Z_o)$ , risulti una riproduzione in scala, senza distorsioni di forma, dello spazio tridimensionale della scena ripresa, coordinate  $(X_p, Y_p, Z_p)$ .

#### 4.4 Effetto teatrino (puppet-theatre effect)

Non è ancora stata trovata una definizione condivisa per l'effetto teatrino, noto col termine inglese *puppet-theatre effect*; in letteratura si trovano lavori in cui ne viene data una definizione per poterne quantificare l'entità (per esempio [2]).

In ogni caso, si tratta di una distorsione dimensionale per cui gli oggetti visualizzati in un sistema stereoscopico appaiono innaturalmente piccoli; di conseguenza, la visualizzazione perde verosimiglianza e appare artefatta.

Per semplicità di trattazione si considera il caso di assi ottici paralleli ( $\beta = 0^\circ$ ).

Dall'analisi degli andamenti riportati nelle figure 2 e 3, si desume che, nei campi vicini (corta-media

distanza), le dimensioni degli oggetti visualizzati vengono percepite più piccole di quello che dovrebbero essere se valessero le leggi lineari della prospettiva, mentre le distanze sono percepite dilatate.

Al contrario, nei campi lontani (distanze medio-lunghe) l'andamento delle dimensioni è asintotico e le distanze sono percepite compresse.

Ciò porta a vedere la scena come se fosse, appunto, in un teatro, dove gli oggetti posti a distanza ravvicinata sono rappresentati sul palco e vengono percepiti relativamente piccoli (perché confrontati con la scenografia del palcoscenico) e ben distanziati tra loro, in contrasto con quelli posti a maggiore distanza che risultano invece schiacciati sullo sfondo (nella pratica teatrale spesso dipinti su di esso).

Questa analisi sembra coincidere con quanto espresso in [2].

Si può affermare quindi che l'effetto teatrino dipenda dalla riproduzione non lineare dello spazio; solo con l'adozione delle posizioni per la riproduzione in scala si ottiene un andamento lineare con la distanza, e quindi l'assenza dell'effetto. Nel caso della configurazione di ripresa ad assi ottici convergenti il verificarsi dell'effetto teatrino è molto probabile, dato che l'andamento dei grafici delle figure 2 e 3 non è sostanzialmente dissimile da quello ottenuto per la configurazione ad assi ottici paralleli, ma la presenza di irregolarità e di andamenti peculiari (per esempio per quanto riguarda la distanza percepita) indica che la situazione è meno predicibile e dipendente dal valore dei parametri di ripresa adottati.

#### 4.5 Effetto cartolina (cardboard effect)

Questo effetto si verifica quando gli osservatori percepiscono gli oggetti non come solidi tridimensionali, ma come figure piatte, ancorché correttamente posizionate nel senso della profondità. Risulta fastidioso in quanto toglie verosimiglianza allo spettacolo visualizzato.

# Distorsioni nella stereoscopia tradizionale

Anche questo effetto, come il precedente, non ha ancora trovato una definizione condivisa. In [2] se ne dà una definizione in termini di rapporto  $E$  tra il fattore di ingrandimento longitudinale  $I_l$  e quello trasversale  $I_t$ , qui riportati nel caso di assi ottici paralleli:

$$13a) \quad I_t = \frac{\Delta X_o}{\Delta X_p} = \frac{\Delta Y_o}{\Delta Y_p} = \frac{Mf}{Z_p + \frac{Mfb}{e}}$$

$$13b) \quad I_l = \frac{\Delta Z_o}{\Delta Z_p} = \frac{Z_{oS}}{Z_p + \frac{Mfb}{e}}$$

$$13c) \quad E = \frac{I_l}{I_t} = \frac{Z_{oS}}{Mf}$$

Se  $E$  è pari all'unità non si verifica alcuna distorsione dimensionale e gli oggetti vengono percepiti nella loro tridimensionalità, in accordo con la posizione 11) necessaria per ottenere una riproduzione in scala.

Invece se  $E$  risulta minore dell'unità significa che la riproduzione è compressa nella direzione delle profondità e quindi gli oggetti appaiono schiacciati e si verifica l'effetto *cardboard*. Tanto diverso dall'unità è il valore di  $E$ , tanto maggiore risulta la distorsione.

## 4.6 Curvatura del piano della profondità

Nella configurazione ad assi ottici convergenti si verifica la curvatura dei piani di profondità, che, invece, rimangono paralleli all'asse  $X_o$  nella configurazione ad assi ottici paralleli. L'effetto è illustrato nelle figure 4a e 4b.

A causa di questa distorsione, gli oggetti posti ai lati dell'immagine vengono percepiti più distanti di quelli che si trovano al centro dell'immagine, anche se nella scena reale si trovano con lo stesso valore della coordinata  $Z_p$ .

Pertanto questa distorsione induce una errata valutazione della distanza relativa tra gli oggetti costituenti la scena visualizzata; inoltre può dare sensazioni fastidiose - sembra che la scena si muova - quando l'apparato di ripresa effettua un panning<sup>Nota 6</sup>.

Nota 6 - Il panning è la rotazione attorno all'asse verticale dell'apparato di ripresa.

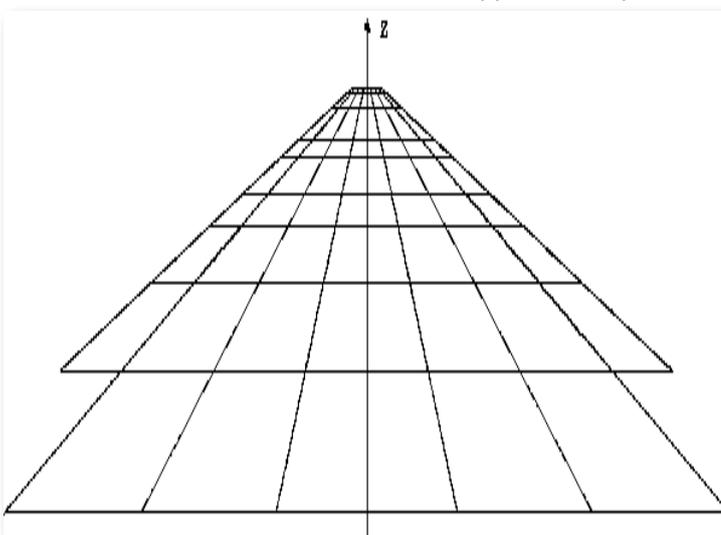


Fig. 4a - Proiezione nello spazio percepito in fase di visualizzazione di un reticolo ortogonale uniforme definito nello spazio della scena - configurazione ad assi ottici paralleli (vista dall'alto)

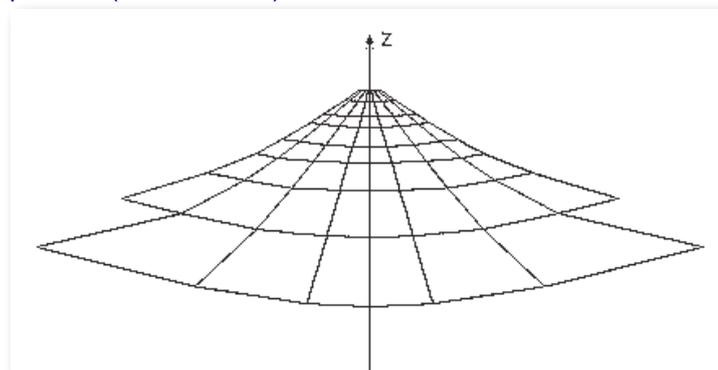


Fig. 4b - Proiezione nello spazio percepito in fase di visualizzazione di un reticolo ortogonale uniforme definito nello spazio della scena - configurazione ad assi ottici convergenti (vista dall'alto).

Questa distorsione è legata alla distorsione trapezoidale che si verifica ruotando i sensori rispetto alla scena ed è quindi inevitabile se si utilizza la configurazione ad assi ottici convergenti.

#### 4.7 Distorsione trapezoidale (key-stone distortion)

La distorsione trapezoidale è tipica della configurazione di ripresa ad assi convergenti - quella ad assi ottici paralleli infatti non introduce questo tipo di distorsione - ed è dovuta al fatto che, in genere, le immagini del punto della scena considerato, proiettate sui sensori, si trovano su piani differenti.

Tale distorsione genera una disparità verticale,  $\beta_{ov}$ , osservabile in fase di visualizzazione, il cui valore è valutabile tramite la relazione seguente.

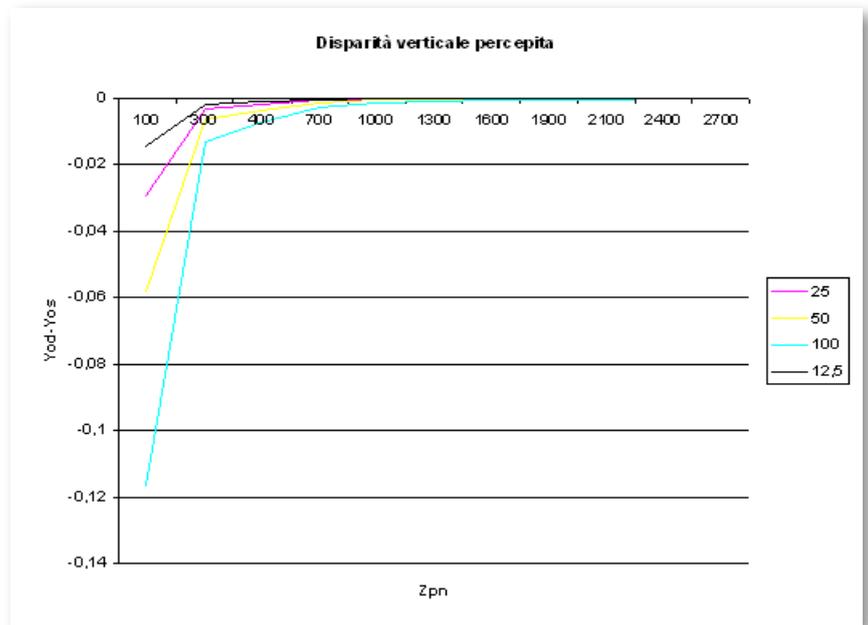


Fig. 5 - Andamento della disparità verticale percepita.

$$13) \quad \delta_{ov} = \frac{-2fY_p X_p \sin\beta}{\left[ Z_p \cos\beta + \left( X_p + \frac{b}{2} \right) \sin\beta \right] \left[ Z_p \cos\beta - \left( X_p - \frac{b}{2} \right) \sin\beta \right]} \cdot \frac{1}{\left\{ 1 + \frac{Mf}{e} \left[ \operatorname{tg} \left( \operatorname{arctg} \left( \frac{2X_p + b}{2Z_p} \right) - \beta \right) - \operatorname{tg} \left( \operatorname{arctg} \left( \frac{2X_p - b}{2Z_p} \right) + \beta \right) \right] \right\}}$$

La figura 5 riporta l'andamento di  $\delta_{ov}$ .

La disparità:

- è massima agli angoli dello schermo, essendo proporzionale a  $Y_p$  e  $X_p$
- aumenta all'aumentare dell'angolo di convergenza,  $\beta$
- aumenta all'aumentare della lunghezza focale,  $f$

- è nulla per i punti giacenti sul piano XZ ( $Y_p = 0$ ), la cui immagine giace sull'asse x dei sensori
- è nulla per i punti giacenti sul piano YZ ( $X_p = 0$ ), grazie alla simmetria della configurazione geometrica; si noti che tali punti vengono visualizzati sul piano  $Y_o Z_o$

La distorsione trapezoidale introduce anche una disparità orizzontale spuria che si somma

# Distorsioni nella stereoscopia tradizionale

a quella - desiderata - dovuta alla parallasse. Tale disparità è la causa della curvatura dei piani di profondità, di cui si è scritto nel paragrafo precedente.

## 4.8 Distorsioni dovute agli obiettivi

La distorsione radiale delle lenti, normalmente conosciuta come distorsione *a botte* o *a cuscino* a seconda di come si presenta, è un'altra sorgente di distorsione dell'immagine e di disparità verticale.

La distorsione radiale è causata dall'adozione di lenti sferiche, per esempio come elementi di un sistema ottico complesso, che presentano lunghezze focali diverse a seconda della distanza dall'asse ottico<sup>Nota 7</sup>. Se la lunghezza focale diminuisce all'aumentare della distanza dall'asse si verifica la distorsione a botte (figura 6a), al contrario, se la lunghezza focale aumenta la distorsione risultante è del tipo a cuscino (figura 6b).

Siccome queste distorsioni fanno sì che un reticolo ortogonale sia visualizzato deformato, punti omologhi aventi una disparità orizzontale di valore non nullo sono percepiti aventi ordinate diverse. In altre parole mostrano una disparità verticale indotta dalla distorsione delle lenti.

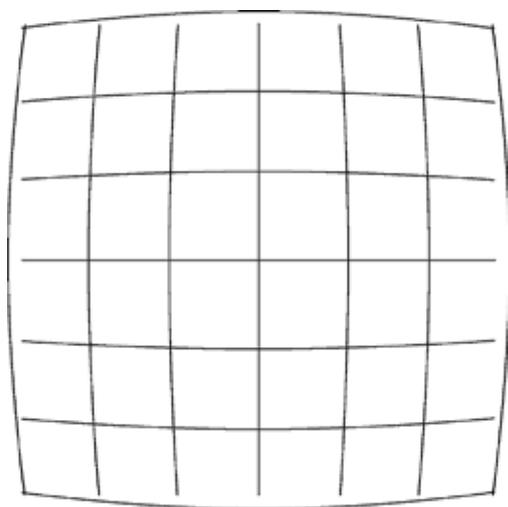


Fig. 6a - Distorsione a botte.

## 5. Analisi delle distorsioni generate in fase di visualizzazione

### 5.1 Distorsione per deformazione di taglio (shear distortion)

Uno svantaggio dei visualizzatori stereoscopici binoculari è che la posizione dell'immagine percepita dipende da quella che ha l'osservatore rispetto allo schermo di visualizzazione<sup>Nota 8</sup>.

La distanza percepita dipende linearmente dalla distanza tra osservatore e schermo, secondo la relazione 1c) e 2c). Allontanandosi dallo schermo, un punto percepito tra lo schermo e l'osservatore sembra spostarsi verso l'osservatore, mentre un punto percepito oltre lo schermo sembra allontanarsi ulteriormente, e viceversa.

La posizione del punto percepito, in termini di ascisse e ordinate, dipende dalla posizione che i punti proiettati sullo schermo hanno rispetto all'osservatore.

Nota 7 - Si veda anche: [http://en.wikipedia.org/wiki/Image\\_distortion](http://en.wikipedia.org/wiki/Image_distortion).

Nota 8 - Questo fenomeno non si verifica con i monitor autostereoscopici.

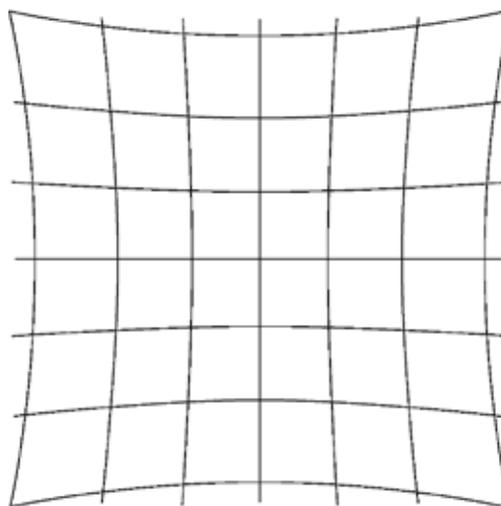


Fig. 6b - Distorsione a cuscino

Infatti, introducendo i termini  $x'_s$  e  $y'_s$ , che tengono conto della traslazione del centro dello schermo rispetto all'asse  $Z_o$ , le coordinate del punto proiettato diventano le seguenti:

$$15a) \quad x'_{Sd} = x_{Sd} + x'_s ; \quad 15b) \quad x'_{Ss} = x_{Ss} + x'_s$$

$$16a) \quad y'_{Sd} = y_{Sd} + y'_s ; \quad 16b) \quad y'_{Ss} = y_{Ss} + y'_s$$

Inserendo nelle relazioni 5b) e 5c) di [1], al posto delle ascisse e ordinate del punto proiettato, il valore dato dalle relazioni sopra riportate, si ottiene:

$$16a) \quad X'_o = X_o - x'_s \frac{e}{e - \delta_{so}}$$

$$16b) \quad Y'_o = Y_o + y'_s \frac{e}{e - \delta_{so}}$$

Con le posizioni assunte in precedenza, valori positivi per  $x'_s$  indicano una traslazione verso destra dello schermo rispetto all'osservatore; valori

positivi per  $y'_s$  ne indicano una traslazione verso l'alto. Coerentemente, l'osservatore percepirà il punto in oggetto più a destra ( $X'_o < X_o$ ) e più in alto ( $Y'_o > Y_o$ ).

Si noti che lo spostamento dello schermo a destra e in alto corrisponde allo spostamento dell'osservatore in senso opposto, ossia a sinistra e in basso rispetto all'asse  $Z_o$ .

Quindi, il dissamento dell'osservatore rispetto all'asse dello schermo implica un'errore nella percezione della posizione dei punti visualizzati; in particolare, l'eventuale movimento dell'osservatore implica la percezione di uno spostamento dei punti osservati che in realtà non si verifica.

## 5.2 Variazione delle dimensioni di oggetti che si muovono lungo l'asse delle profondità

Un effetto che si verifica nella visione stereoscopica di oggetti relativamente vicini che si muovono nella direzione dell'asse delle profondità,  $Z_p$ , consiste nel fatto che le dimensioni percepite di tali oggetti aumentano all'allontanarsi degli oggetti e, viceversa, diminuiscono al loro avvicinarsi, in contrasto con l'esperienza reale. La figura 7 illustra schematicamente la situazione.

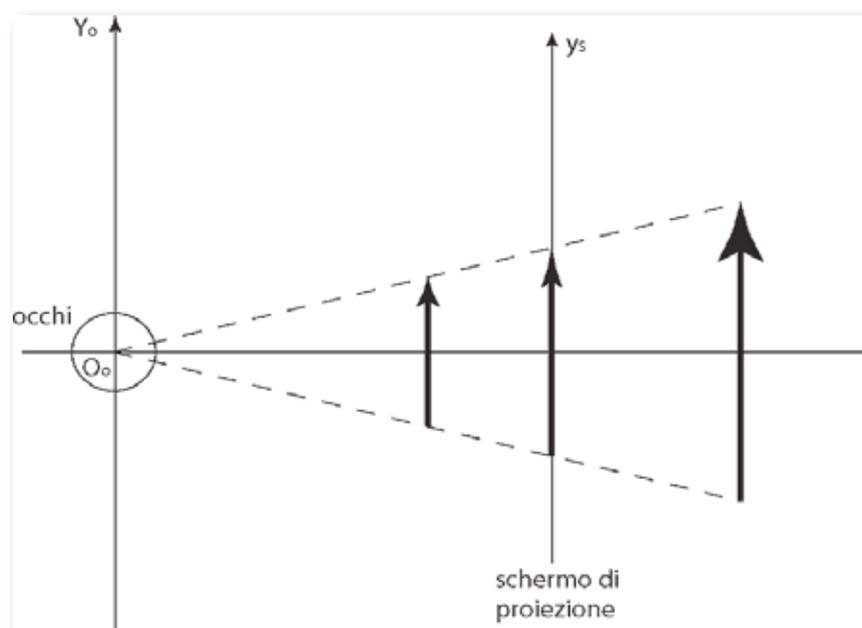


Fig. 7 - Illustrazione schematica dell'effetto di variazione delle dimensioni percepite di oggetti che traslano nella direzione delle profondità.

# Distorsioni nella stereoscopia tradizionale

In caso di configurazione di ripresa ad assi paralleli, l'altezza e la larghezza percepite mostrano andamenti simultanei e di ugual valore; si può quindi, per semplicità, limitare l'analisi alla sola altezza senza perdere in generalità. Inoltre, le considerazioni ottenute per la configurazione ad assi ottici paralleli sono di principio valide anche per la configurazione ad assi ottici convergenti.

Le linee verticali illustrate in figura 7 presentano la stessa altezza sullo schermo di proiezione, ma a causa della loro disparità orizzontale sono percepite posizionate in diverse ubicazioni, cui corrisponde la percezione di altezze (in genere, di dimensioni) differenti. L'effetto è particolarmente visibile quando gli oggetti ripresi traslano, allontanandosi o avvicinandosi, rispetto alle camere.

Nel caso in cui l'oggetto ripreso si avvicini alla camera, le sue dimensioni aumentano, compensando parzialmente il rimpicciolimento percepito; viceversa qualora l'oggetto ripreso si allontani.

L'effetto complessivo è la combinazione di questi due effetti contrastanti.

Calcolando il rapporto tra le altezze percepite delle frecce poste a distanza differente, si ottiene:

$$18) \quad \frac{Y_{o2}}{Y_{o1}} = \frac{Z_{p1} + \frac{Mfb}{e}}{Z_{p2} + \frac{Mfb}{e}}$$

che differisce dal semplice rapporto di proporzionalità diretta che ci si aspetterebbe valessero le leggi lineari della prospettiva. In altre parole, l'altezza relativa percepita tra oggetti posti a differente distanza dal sistema di ripresa non varia come nella realtà, a meno di non applicare le posizioni per la riproduzione in scala. In questo caso infatti si ottiene:

$$19) \quad \frac{Y_{o2}}{Y_{o1}} = \frac{Z_{p1}}{Z_{p2}}$$

e quindi la variazione delle altezze percepite risulta simile a quella della realtà.

Considerazioni analoghe valgono anche per la dimensione trasversale.

## 5.3 Accomodazione e vergenza

Nel mondo reale, la convergenza oculare e l'accomodazione sono azioni strettamente legate fra loro, mentre nella visione stereoscopica richiedono interventi separati da parte dell'apparato di visione. Infatti, gli occhi mettono a fuoco la superficie dello schermo a prescindere dalla convergenza stimolata dalle disparità orizzontali proiettate.

Può quindi succedere che in corrispondenza a disparità orizzontali di valore elevato si perda la focalizzazione dell'immagine, oltre alla possibilità di non riuscire a fondere le due immagini.

In [4] si riportano i risultati di una analisi specifica. Riassumendo, si è trovato che capacità di visione stereoscopica differiscono grandemente da soggetto a soggetto. Alcuni tollerano disparità orizzontali di valore limitato, altri, al contrario vedono bene anche con valori molto elevati di disparità; alcuni riescono addirittura a divergere gli assi oculari. Vi sono alcuni soggetti che riescono a visualizzare meglio i soggetti percepiti "al di là" del monitor, altri viceversa visualizzano meglio quelli percepiti "al di qua" dello schermo.

In ogni caso sembra che l'abitudine alla visione stereoscopica ne aiuti la visualizzazione.

I risultati della ricerca suggeriscono di limitare la differenza tra le distanze degli oggetti ripresi – e conseguentemente visualizzati – per permettere a quanti più osservatori possibile di non incorrere in difficoltà di visione. Se la cosa non risulta possibile si deve quanto meno fare in modo che la parte della scena ripresa di maggiore interesse sia percepita nei pressi della superficie dello schermo, per esempio regolando opportunamente la distanza di convergenza degli assi ottici delle telecamere.

## 5.4 Parallasse verticale

Il parallasse verticale in fase di visualizzazione è causato dalle disparità verticali introdotte da alcune distorsioni.

In [4] si riporta anche il risultato di un esperimento volto a determinarne il massimo valore ammissibile, che risulta molto ridotto, dell'ordine di mezzo grado .

Sembrerebbe quindi buona norma minimizzare il parallasse verticale, operando su tutte le possibili fonti di distorsione, ad esempio la configurazione di ripresa, la lunghezza focale e gli obiettivi.

## 6. Considerazioni

Le cause principali di distorsione risiedono nella non linearità del legame tra spazio ripreso e spazio percepito e nell'angolazione dei sensori.

Schematizzando, si può affermare che la prima provochi:

- la riproduzione non lineare con la distanza delle dimensioni e della posizione degli oggetti ripresi, con conseguenti possibili errori di valutazione di questi parametri e incongruenze sensoriali;
- il *puppet-theatre effect* ed il *cardboard effect*, che diminuiscono la verosomiglianza della scena visualizzata;
- la percezione scorretta della dimensione degli oggetti in movimento lungo l'asse Z, che provoca incongruenze sensoriali.

La seconda provoca, in particolare:

- la generazione di disparità verticale spuria, che genera disturbo ed affaticamento visivo;

- la curvatura del piano delle profondità, che causa errori nella percezione della posizione degli oggetti e distorsioni di forma.

Inoltre si possono verificare altre distorsioni dovute alle ottiche e alle condizioni di visualizzazione.

In linea di principio, le distorsioni derivanti dalle non linearità potrebbero essere minimizzate considerando domini limitati, tali da poter linearizzare localmente le relazioni considerate. Questa operazione implica la riduzione dell'estensione dello spazio reale ripreso, cosa che coinvolge le scelte scenografiche e di fotografia.

Le distorsioni derivanti dall'inclinazione dei sensori sono eliminate adottando la configurazione di ripresa ad assi ottici paralleli, la quale peraltro è condizione necessaria ma non sufficiente ad assicurare una riproduzione in scala della scena ripresa. In ogni caso, limitare l'angolo di incidenza degli assi ottici dei sensori sembra essere una buona politica.

## 7. Conclusioni

La visualizzazione stereoscopica è affetta da diverse distorsioni specifiche.

Alcune di queste possono essere eliminate adottando la configurazione di ripresa ad assi paralleli, la quale - in teoria, adottando particolari misure - permetterebbe di ottenere una riproduzione in scala della scena ripresa, ma presenta diverse limitazioni sotto altri aspetti.

In pratica, l'effettivo impatto delle distorsioni sulla qualità soggettiva della scena ripresa deve essere ancora valutato a fondo e messo a confronto con altri elementi di giudizio derivanti dal processo di produzione.

Inoltre, è noto che le eventuali difficoltà di visualizzazione stereoscopica si attenuano man mano che l'utente si abitua a questo tipo di visualizzazione, e quindi il giudizio medio sulla qualità soggettiva dei sistemi stereoscopici è destinato a modificarsi - migliorando - nel tempo.

Tuttavia, alcune distorsioni non possono essere eliminate del tutto, in particolare quelle causate dal processo di visione umana e, probabilmente, anche quelle dovute alle tecniche di visualizzazione stereoscopica.

## **Bibliografia**

1. M. Muratori: "La ripresa stereoscopica", *Elettronica e Telecomunicazioni*, n. 4, Dicembre 2007
2. H. Yamanoue, M. Okui, F. Okano: "Geometrical Analysis of Puppet-Theater and Coardboard Effects in Stereoscopic HDTV Images", *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, Vol. 16, No. 6, June 2006
3. B.D. Diner: "A New definition of Ortostereopsis for 3-D Television", *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, Conference Proceedings*, Pages: 1053 – 1058, vol.2, 1991
4. A. Woods, T. Docherty, R. Koch: "Image Distortions in Stereoscopic Video Systems", *Proceedings of the SPIE*, vol. 1915, San Jose, CA, Feb. 1993