

# Momento Angolare Orbitale: rivisitazione del concetto di Link Budget per un collegamento radio.

Andrea Cagliero<sup>1</sup>, Rossella Gaffoglio<sup>1</sup>, Assunta De Vita<sup>2</sup>, Bruno Sacco<sup>2</sup>  
<sup>1</sup>Università di Torino - Dipartimento di Fisica  
<sup>2</sup>Rai - Centro Ricerche e Innovazione Tecnologica

## 1. INTRODUZIONE

Negli ultimi anni si è assistito ad un crescente interesse per la **radiazione elettromagnetica vorticoso**, come testimonia il suo largo impiego negli esperimenti di ottica moderna [1] [2] [3]; nonostante questo, solo di recente [4] è stata proposta l'idea di un suo possibile utilizzo nelle comunicazioni radio in spazio libero. Tale possibilità sembrerebbe offrire una soluzione all'attuale problema della congestione della banda radio. Tuttavia, il suo possibile impiego nel campo delle frequenze radio, mediante le tecnologie attuali, rivela delle limitazioni intrinseche dovute principalmente alla peculiare topologia dei fasci **OAM** (*Orbital Angular Momentum, Momento Angolare Orbitale*), il cui profilo di intensità si annulla in una regione centrale che aumenta di sezione al crescere della distanza [5]. Questo problema diventa particolarmente critico quando si considera una comunicazione radio in *far-field*, dove la divergenza dei fasci non è trascurabile e solo una piccola frazione del fascio può essere intercettata dall'antenna ricevente.

Al fine di valutare l'effettiva rilevanza e utilizzabilità di queste onde vorticoso, è fondamentale introdurre un approccio teorico semplice che permetta di stimare il segnale ricevuto, quando siano note le caratteristiche delle antenne di trasmissione e ricezione, la potenza trasmessa e la distanza dal trasmettitore. Questo calcolo, noto con il termine **link budget**, è semplice da eseguire nel caso delle onde convenzionali utilizzando l'*Equazione di Friis*, o *Equazione della trasmissione*. Nel caso delle onde vorticoso, tuttavia,

*Il computo del "link budget" è fondamentale per progettare un collegamento radio in termini di rapporto tra la potenza intercettata dal ricevitore e quella emessa dall'apparato trasmittente. Come ben noto, nel caso di onde convenzionali, tale rapporto si ottiene tramite l'equazione di Friis a partire dai guadagni d'antenna, che presentano un massimo nella direzione del collegamento. Purtroppo, il suddetto approccio fornisce un risultato inconsistente nel caso di una trasmissione OAM, poiché, sotto l'ipotesi di puntamento ottimale, i diagrammi d'antenna esibiscono un guadagno minimo sull'asse, come conseguenza del tipico profilo di intensità "a ciambella" che caratterizza i fasci vorticoso. Alla luce di ciò appare evidente come nel caso OAM la regola per determinare il link budget debba essere rivisitata tenendo conto della struttura peculiare dei fronti d'onda.*

*Il presente articolo propone una riformulazione dell'equazione di Friis per collegamenti OAM tra schiere di antenne, in grado di sfruttare il profilo di fase azimutale di un fascio vorticoso a seguito di un opportuno riasamento del segnale in ricezione. Il link budget proposto fornisce, in funzione degli angoli di azimuth ed elevazione, ciò che viene definito "OAM-link pattern". Tale diagramma, che presenta un massimo lungo l'asse del fascio in corrispondenza di un corretto riasamento, è infine riportato graficamente nel caso di trasmissioni OAM tra schiere circolari uniformi.*

non esiste una procedura analoga, di conseguenza l'Equazione di Friis non è più applicabile, essendone i presupposti (che si basano essenzialmente sul concetto di antenna pattern e dunque sul limite di far-field) in ampia parte cambiati. Il tentativo di applicare le regole standard per il calcolo del link budget al caso dell'OAM porta inevitabilmente a risultati inconsistenti [6]. Occorre pertanto introdurre una nuova formulazione per il link budget che tenga in considerazione il *mode-matching* tra il fronte d'onda e l'antenna, esplicitando quell'informazione che non può essere ricavata dal pattern di antenna tradizionale [7].

Nel presente articolo proponiamo il nuovo concetto di *link budget per trasmissioni OAM*, presentandone l'applicazione al caso di schiere (circolari) di antenne, particolarmente utili poiché consentono la trasmissione simultanea di più segnali.

## 2. LINK BUDGET

Quando si considera una trasmissione di onde radio, uno degli aspetti più rilevanti da prendere in esame è il cosiddetto pattern d'antenna o guadagno d'antenna  $G(\theta, \varphi)$ , che rappresenta il modulo della componente radiale del vettore di Poynting normalizzato, espresso, nel limite di far-field, in funzione degli angoli polari. Mentre nel caso delle onde con-

venzionali questo diagramma presenta solitamente un massimo principale (noto come "main lobe") in corrispondenza di  $\theta=0$ , nel caso OAM il main lobe si trova a  $\theta \neq 0$  e descrive una corona al cui centro il guadagno decade rapidamente, raggiungendo un minimo in  $\theta=0$  che riflette la presenza del vortice centrale.

In figura 1 è riportato un esempio di diagramma d'antenna nel caso standard ( $\ell=0$ ) e OAM ( $\ell \neq 0$ ).

Nel caso di onde convenzionali, questo pattern gioca un ruolo fondamentale per la stima del link budget e può essere usato per calcolare l'equazione di trasmissione. Infatti, dato un sistema trasmittente T, un sistema ricevente R e i corrispondenti pattern d'antenna  $G_T(\theta_T, \varphi_T)$  e  $G_R(\theta_R, \varphi_R)$ , il rapporto fra la potenza trasmessa e quella ricevuta nello spazio libero può essere stimato in maniera semplice tramite la formula (Equazione di Friis):

$$\frac{P_{out}}{P_{in}} = \left( \frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 G_T G_R, \quad (1)$$

dove  $\lambda$  è la lunghezza d'onda,  $d$  rappresenta la distanza del collegamento e  $G_T$  e  $G_R$  corrispondono ai guadagni di main lobe lungo la direzione T-R.

Fig. 1 – Diagramma d'antenna: caso standard  $\ell=0$  (blu),  $\ell=\pm 1$  (verde),  $\ell=\pm 2$  (rosso)

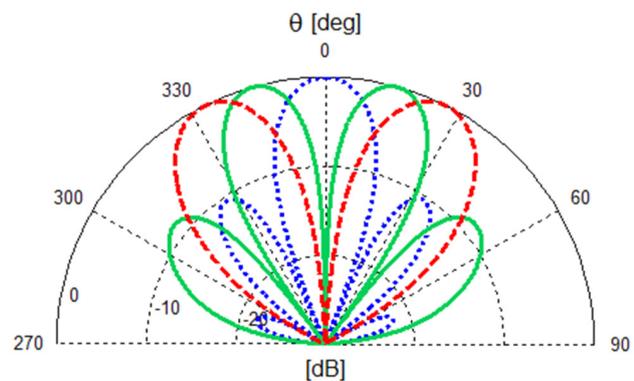
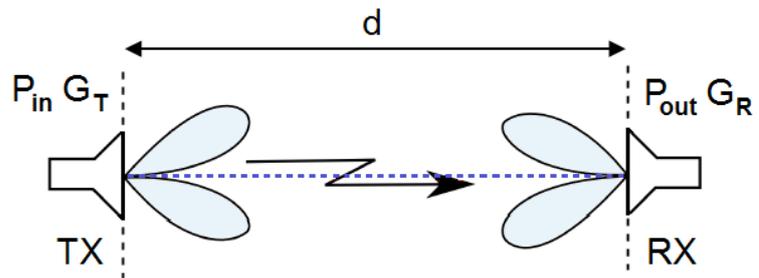


Fig. 2 – Trasmissione di un fascio vorticoso tra due antenne OAM poste a distanza  $d$  [6]



### 3. PARADOSSO OAM

Estendendo la procedura illustrata nel precedente paragrafo al caso di antenne **OAM**, si ottiene che, sotto l'ipotesi di puntamento ottimale ( $\theta=0$ ), il segnale ricevuto risulterebbe nullo, perché tale è il guadagno in asse delle antenne **OAM**. Come si può facilmente dedurre osservando la figura 2, il tentativo di stimare il link budget relativo ad un canale di comunicazione costituito da due antenne **OAM** con l'equazione (1) conduce ad un risultato inconsistente, poiché il lobo principale dei diagrammi d'antenna **OAM** è collocato ad un angolo diverso da quello corrispondente alla direzione di propagazione. Saremmo quindi portati a concludere che la condizione di puntamento ideale non corrisponda più a quella classica in cui gli assi ottici delle due antenne coincidono. Tuttavia, poiché l'informazione rilevante di un fascio **OAM** risiede nella struttura peculiare del fronte d'onda, che si degrada allontanandosi dalla singolarità centrale, appare evidente come nel caso **OAM** l'equazione di Friis debba essere riformulata per tenerne conto.

### 4. LINK BUDGET PER TRASMISSIONI OAM

#### 4.1 FORMULAZIONE ANALITICA

Come già accennato in precedenza, un approccio generale per produrre un fascio **OAM** alle frequenze radio consiste nell'utilizzare un array di  $N_T$  radiatori identici, alimentati con un insieme di correnti fornite dalla sintesi di un'onda vorticoso ideale. La ricezione di tale fascio può essere effettuata utilizzando un analogo array posto di fronte a quello trasmittente, alla distanza prescelta, in posizione perpendicolare alla linea che connette i loro centri. In figura 3 è riportato un esempio di due array circolari uniformi composti da 4 radiatori tipo Yagi-Uda.

Se si considera la generazione di un fascio **OAM** con indice azimutale  $\ell_T$ , la tensione indotta sul  $p$ -esimo elemento in ricezione, data dal prodotto scalare tra la sua altezza efficace e il campo elettrico incidente [8], può essere scritta come:

$$V_p^{\ell_T} = ik\eta \sum_{n=1}^{N_T} \frac{e^{-ik r_{np}}}{4\pi r_{np}} I_n^{\ell_T} \vec{h}_{np}^T \cdot \vec{h}_{pn}^R, \quad (2)$$

essendo  $k=2\pi/\lambda$  il modulo del vettore d'onda,

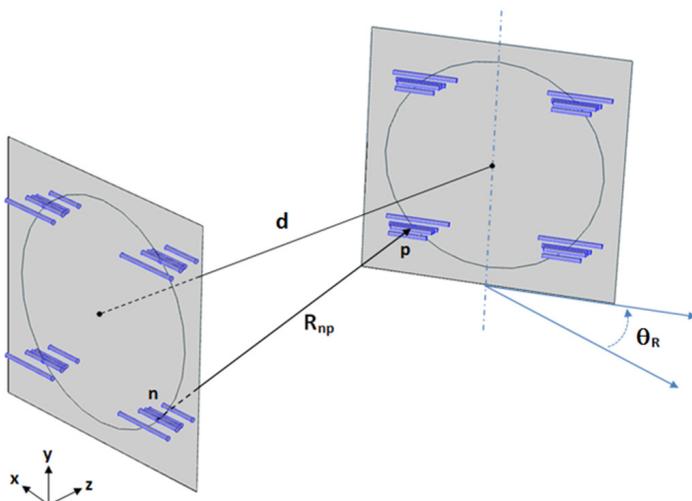


Fig. 3 – Rappresentazione schematica di due array circolari uniformi composti da 4 antenne Yagi-Uda

$\eta$  l'impedenza del vuoto e

$$I_n^{\ell_T} = (I_0 / \sqrt{N_T}) \xi_n^{\ell_T}$$

la corrente d'ingresso ai capi dell' $n$ -esima antenna assumendo di considerare uno splitter privo di perdite (lossless splitter). Nella precedente espressione,  $\xi_n^{\ell_T}$  è il coefficiente di alimentazione che emerge dalla sintesi del segnale **OAM** di indice  $\ell_T$  considerato, mentre  $I_0$  è un termine costante di corrente associato alla potenza totale in ingresso  $P_{in}$ . Inoltre, in (2),  $\vec{r}_{np}$  è un vettore che collega l' $n$ -esimo trasmettitore con il  $p$ -esimo ricevitore, mentre  $\vec{h}_{np}^T$  e  $\vec{h}_{pn}^R$  sono le altezze efficaci relative a ciascun link reciproco tra le antenne, valutate alle coordinate angolari che definiscono la direzione dall' $n$ -esimo trasmettitore al  $p$ -esimo ricevitore, e viceversa, conformemente al relativo sistema di riferimento.

La tensione totale indotta sull'intero array ricevente si ottiene sommando i contributi di tensione su ogni singolo elemento. Occorre sottolineare che, a causa del peculiare pattern di fase associato ad un fascio **OAM** con  $\ell \neq 0$ , questa lettura standard dei segnali ricevuti porta inevitabilmente ad una loro cancellazione reciproca, annullando la potenza ricevuta lungo l'asse del fascio.

Da queste considerazioni si evince che bisogna tenere conto della struttura di fase di un'onda **OAM**, introducendo un opportuno peso di fase al ricevitore, dettato dalla scelta della configurazione **OAM** d'interesse. In virtù dell'ortogonalità che caratterizza i fasci **OAM**, soltanto un rifasamento dei segnali ricevuti coerente al segnale **OAM** trasmesso ( $\ell_R = \ell_T$ ) consente una corretta ricezione, determinando un massimo di potenza sull'asse laddove il corrispettivo pattern di radiazione convenzionale si annullerebbe.

Sommando i contributi rifasati degli  $N_R$  elementi dell'array ricevente, si ricava, con qualche semplice

passaggio analitico, la formula (3), utilizzabile per la stima del link budget nel caso di un collegamento radio **OAM**.

In sintesi, la formula (3) tiene conto di ogni singolo collegamento tra le  $N_T$  antenne trasmettenti e le  $N_R$  riceventi, considerando le rispettive altezze efficaci e la collocazione geometrica;  $R$  rappresenta la resistenza dei radiatori, mentre  $\xi_p^{-\ell_R}$  è il coefficiente di alimentazione assegnato al  $p$ -esimo elemento ricevente, derivante dalla sintesi di un segnale **OAM** con indice  $-\ell_R$  (il segno meno è dovuto al fatto che l'array ricevente ha un orientamento opposto a quello dell'array trasmettente). La formula (3) fornisce il rapporto tra la potenza ricevuta  $P_{out}^{\ell_{T,R}}$  e la potenza trasmessa  $P_{in}$ , ovvero l'esatto analogo della formula di Friis per il caso **OAM**.

## 4.2 OAM-LINK PATTERN

Parametrizzando la formula (3) in funzione degli angoli di rotazione di una delle due schiere si ottiene, nel caso di corretto rifasamento ( $\ell_R = \ell_T$ ), il diagramma di trasmissione che definiamo *OAM-link pattern*.

La procedura introdotta è stata progressivamente applicata in vari contesti, a partire da una situazione idealizzata in cui si è trascurata la presenza fisica delle antenne per lavorare direttamente con il campo dei modi teorici parassiali (*fasci Laguerre-Gauss* e *Bessel-Gauss*), quindi nel caso di radiatori isotropici puntiformi, per considerare in una fase successiva casi via via più realistici (radiatori Hertziani, dipoli a mezz'onda e, infine, antenne Yagi-Uda). La formula (3) comprende come caso particolare l'equazione di Friis classica, alla quale si riconduce nel caso di onda convenzionale con indice  $\ell = 0$ .

La validità della (3) è stata inoltre verificata con l'ausilio del software COMSOL *Multiphysics*. Successivamente, l'implementazione della formula mediante

$$\frac{P_{out}^{\ell_{T,R}}}{P_{in}} = \left| \frac{ik\eta}{2R} \frac{1}{\sqrt{N_T N_R}} \sum_{p=1}^{N_R} \sum_{n=1}^{N_T} \frac{e^{-ik r_{np}}}{4\pi r_{np}} \xi_n^{\ell_T} \xi_p^{-\ell_R} \vec{h}_{np}^T \cdot \vec{h}_{pn}^R \right|^2 \quad (3)$$

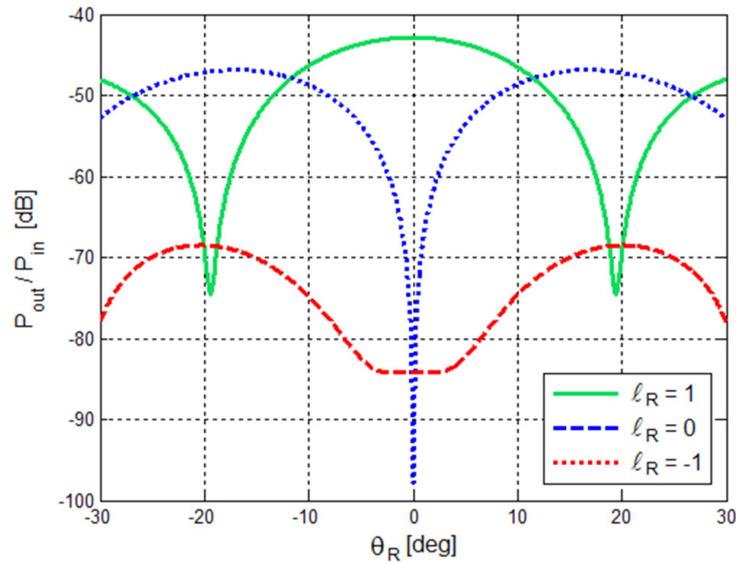


Fig. 4 – Potenza totale ricevuta normalizzata alla potenza irradiata in funzione dell'angolo di rotazione  $\theta_R$  relativo all'array ricevente. Il fascio OAM trasmesso ha un indice azimutale  $\ell_T=1$ , mentre  $\ell_R$  fa riferimento a tre diverse configurazioni di rifasamento in ricezione

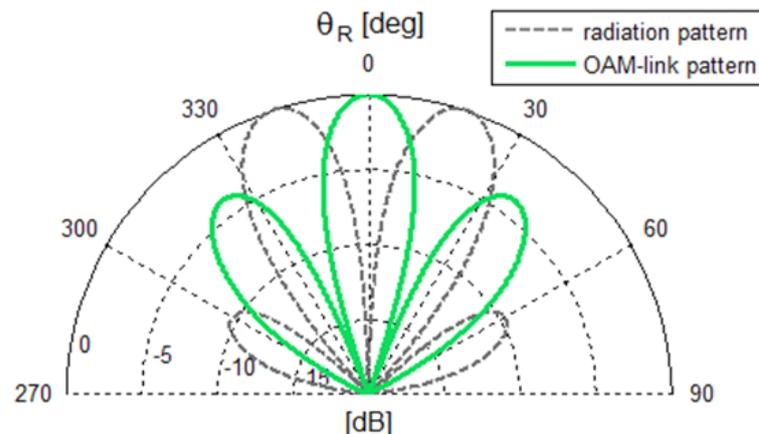


Fig. 5 – *Linea continua*: OAM-link pattern (potenza totale ricevuta in dB in funzione dell'angolo di rotazione  $\theta_R$  per la configurazione ricevente  $\ell_R=\ell_T=1$ ); *linea tratteggiata*: pattern di radiazione convenzionale per  $\ell_T=1$ . Entrambe le curve sono normalizzate ai loro rispettivi massimi

i software *MATLAB* e *Mathematica* ha permesso di ottenere un codice flessibile in cui tutti i parametri fisici in gioco (frequenza, indici azimutali  $\ell_T$  e  $\ell_R$ , numero di radiatori, raggio delle schiere, distanza di trasmissione, ecc) possono essere modificati liberamente e il cui risultato corrisponde al grafico del diagramma di trasmissione **OAM**.

Il grafico dell'*OAM-link pattern*, come funzione

dell'angolo di rotazione  $\theta_R$  della schiera ricevente, è riportato nelle figure 4 e 5 in formato cartesiano e polare, rispettivamente, nel caso di due schiere circolari uniformi identiche poste ad una distanza di 40 m e costituite da 4 antenne Yagi-Uda, per un valore di lunghezza d'onda  $\lambda=1.46$  m.

Come previsto, in corrispondenza di  $\theta_R=0$  l'ortogonalità dei fasci **OAM** al suo valore massimo, insieme

al matching di polarizzazione delle antenne, permette una ricezione significativa del segnale solo quando la configurazione rifsata è  $\ell_R = \ell_T = 1$  (ossia la curva verde continua), presentando un massimo di potenza lungo l'asse in corrispondenza del nullo del pattern di radiazione convenzionale. Questo comportamento è mostrato in maniera chiara nel plot polare di figura 5.

Nel grafico della potenza ricevuta relativa alla configurazione distruttiva (ossia la curva rossa tratteggiata in figura 4) non è presente un nullo netto a causa della direttività degli elementi dell'array considerato.

## 5. CONCLUSIONI

In questo articolo è stata riformulata l'equazione della trasmissione (o *link budget*) nel caso in cui si considerino comunicazioni **OAM** tra schiere di antenne. In particolare, implementando mate-

maticamente un opportuno calcolo si ottiene, in corrispondenza di un determinato rifsamento, un diagramma angolare della potenza totale ricevuta con un lobo principale convenzionale lungo l'asse del fascio.

Nonostante i grafici qui riportati si riferiscano al caso specifico di trasmissioni tra schiere circolari uniformi, è importante sottolineare come l'approccio presentato per il computo del *link budget* sia applicabile a schiere generiche di radiatori, previo un opportuno processo di sintesi dei coefficienti di trasmissione e ricezione da inserire nella formula (3).

Infine, è utile notare come la formulazione proposta fornisca gli stessi risultati dell'*equazione di Friis* nel caso in cui la radiazione trasmessa abbia indice  $\ell=0$ .

## BIBLIOGRAFIA

- [1] M. J. Padgett e L. Allen, [Light with a twist in its tail](#), in "Contemporary Physics", vol. 41, Issue 5, 2000, pp. 275-285.
- [2] G. Gibson, J. Courtial, M. J. Padgett et al., [Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum](#), in "Optics Express", vol. 12, Issue 22, 2004, pp. 5448-5456.
- [3] J. Wang, J.-Y. Yang, I.-M. Fazal et al., [Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing](#), in "Nature Photonics", Numero 6, 2012, pp. 488-496.
- [4] F. Tamburini, E. Mari, A. Sponselli, B. Thidé, A. Bianchini e F. Romanato, [Encoding many channels on the same frequency through radio vorticity: first experimental test](#), in "New Journal of Physics", vol. 14, Issue 3, 2012.
- [5] M. Tamagnone, C. Craeye e J. Perruisseau-Carrier, [Comment on Reply to comment on 'Encoding many channels on the same frequency through radio vorticity: first experimental test'](#), in "New Journal of Physics", vol. 15, Luglio 2013.
- [6] D. K. Nguyen, O. Pascal, J. Sokoloff, A. Chabory, B. Palacin e N. Capet, [Discussion about the link budget for electromagnetic wave with orbital angular momentum](#), in "EuCAP 2014 - The 8th European Conference on Antennas and Propagation", 2014.
- [7] A. Cagliero, A. De Vita, R. Gaffoglio e B. Sacco, [A New Approach to the Link Budget Concept for an OAM Communication Link](#), in "IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters", vol. 15, pp. 568 - 571, 2016
- [8] S. J. Orfanidis, [Electromagnetic Waves and Antennas](#), Rutgers University, 2014.